

10. Mintavételi tervek minősítéses ellenőrzéshez

Az átvételi ellenőrzés akkor minősítéses, ha a mintában a selejtes elemek számát ill. a hibák számát vizsgáljuk, és ebből vonunk le következtetést a tételbeli selejtarányra vagy fajlagos (100 elemre vonatkoztatott) hiba-számra.

10.1. Egylépcsős ellenőrzés kétpontos eljárással

A 9.1.2. pontban láttuk, hogy az adott p_0 -hoz (ill. AQL értékhez) tartozó elsőfajú hiba α és adott p_1 -hez (ill. $LTPD$ értékhez) tartozó másodfajú hiba β valószínűségének rögzítésével egy két egyenletből álló egyenletrendszer adódik.

Az elfogadási valószínűség a nullhipotézis érvényessége esetén, vagyis ha $p=p_0$:

$$P_a(p = p_0) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p_0^i (1 - p_0)^{n-i} = 1 - \alpha,$$

az ellenhipotézis ($p=p_1$) érvényessége esetén:

$$P_a(p = p_1) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p_1^i (1 - p_1)^{n-i} = \beta.$$

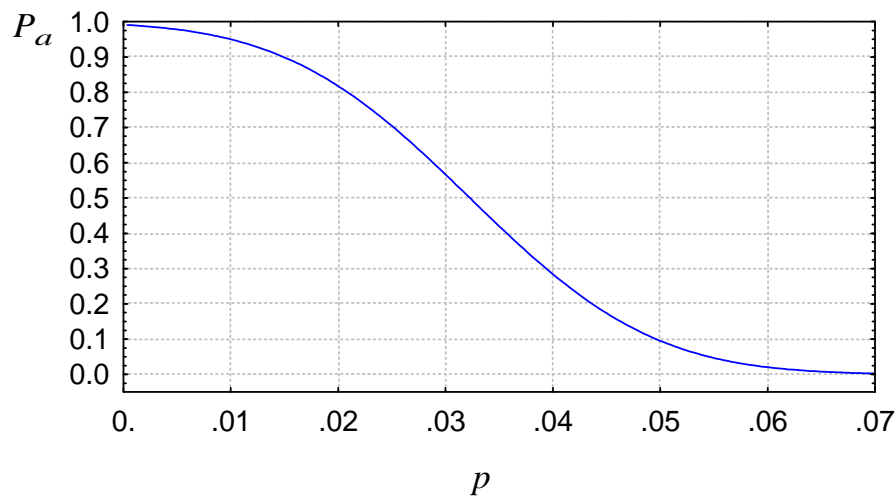
Ennek numerikus megoldásával megkaphatjuk, hogy adott első- és másodfajú hiba-valószínűség eléréséhez mekkora mintára (n) van szükség, és melyek az elfogadási/elutasítási határok (c).

10-1. példa

Adjuk meg a mintavételi tervet, ha a legfőbb $AQL=1\%$ ($p_0=0.01$) selejtarányú tételeket 95% valószínűséggel át akarjuk venni ($\alpha=0.05$), az $LTPD=5\%$ ($p_1=0.05$) selejtarányú tételeket pedig 90% biztonsággal vissza akarjuk utasítani ($\beta=0.1$)!

A STATISTICA program segítségével például azt kapjuk, hogy a szükséges mintaelemszám 53, a működési jelleggörbét a 10-1. ábra mutatja. Az elfogadási határt a program a selejtarányra adja meg: 0.032; ezt 53-mal szorozva $c=1.696$ adódik (általában nem kapunk egész számot).

Ha fölfelé kerekítünk (akkor vesszük át a tételt, ha $D \leq 2$), az első- és másodfajú hiba valószínűsége különbözni fog a deklarált értéktől. Az átvétel valószínűsége $p=p_0=0.01$ -nél $P_a=0.984$ (vagyis $\alpha=0.016$ az előírt 0.05 helyett), $p=p_1=0.05$ -nél $P_a=0.502$ (vagyis $\beta=0.502$ a kívánt 0.1 helyett).



10-1. ábra. A kétpontos eljárással kapott terv jelleggörbéje a 9-1. példában

10.2. Egylépcsős ellenőrzés a szabvány táblázatainak használatával

Az első- és másodfajú hiba megengedett valószínűségét elvben költség-megfontolások alapján kellene elhatározni. Ennek során a hibás ill. selejtes tétel átvételének, a jó tétel visszautasításának anyagi következményeit, valamint a minta vizsgálatának költségeit kell mérlegelnünk. Legtöbbször nem állnak rendelkezésre olyan adatok és elemzések, amelyek indokolnák és lehetővé tennék α és β pontos megadását.

A kétpontos eljárás elvileg pontosan a kívánt első- és másodfajú hiba-valószínűségeket adja, de az, hogy ne kelljen kerekíteni (és a kerekítés okozta eltéréseket elviselni), csak nagy n elemszámú mintákra lenne megvalósítható. Ráadásul, ha azt akarjuk, hogy az átvételi határ egész szám legyen, az első- és másodfajú hiba megengedett valószínűségei közül csak az egyiket rögzíthetjük, a másikra csak korlátot adhatunk meg. Ehelyett az egy pontos módszer terjedt el, erre dolgoztak ki szabványokat a második világháború során és később, de még a nagy kapacitású számítógépek mindennapi munkaeszközzé válását megelőzően.

Az átvételi ellenőrzési tervek paramétereit ezért félkvantitatív módon, bizonyos, nehezen számszerűsíthető ill. közelítő jellegű megfontolások alapján határozzák meg.

Az átvételi ellenőrzési tervekben az átvételi döntés statisztikai hibáit a terv ellenőrzési fokozata (szintje) és fajtája határozza meg.

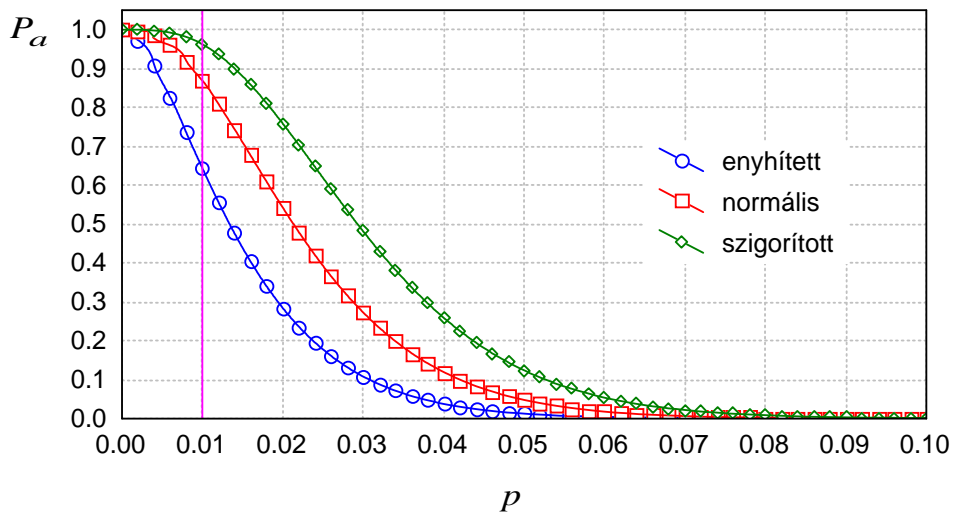
Az MSZ 548-77 (ISO 2859-1, MIL STD 105D ANSI/ASQC Z1.4) szabvány táblázatokat ad a szükséges mintaelemszámra és az elfogadási határértékre, ezeket a VI. táblázataiként adjuk itt meg.

A terv ellenőrzési fokozatai a következők:

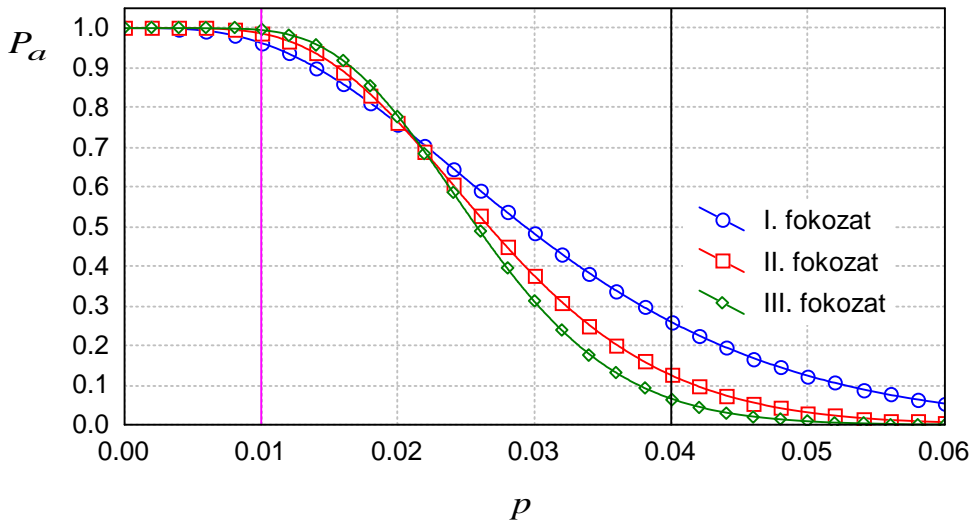
- általános fokozatok: I, II, III,
- járulékos fokozatok: S-1, S-2, S-3, S-4.

A terv ellenőrzési szigorúsági fokozata háromféle lehet:

- normális,
- szigorított és
- enyhített.



a)



b)

10-2. ábra. Elvi jelleggörbék az ellenőrzés fokozatai és fajtája között:
a) az elsőfajú hiba valószínűsége, b) a másodfajú hiba valószínűsége

Mint látni fogjuk, a terv fajtája (az ellenőrzés "szigorúsága") határozza meg az elsőfajú hiba megengedett valószínűségét, a normális ellenőrzésre ez közelítőleg 0.05, pontosabban a tétel méretétől függően 0.01 és 0.09 között van. A másodfajú hiba valószínűsége az ellenőrzési fokozattól függ. Ezt szemlélteti a 10-2. ábrán látható elvi jelleggörbe-sorozat.

Az alkalmazható terv-fajtáknál a nullhipotézisnek megfelelő selejtarány környezetében (pl. a 10-2a. ábrán $p_0=0.01$) az elfogadás P_a valószínűsége ($P_a = 1 - \alpha$) nagyon különbözik, nagyobb selejtarányoknál (pl. $4p_0$) azonban alig. A három ellenőrzési fokozatnál pedig az ellenhipotézisnek megfelelő nagyobb selejtarányoknál (l. 10-2b. ábrán $p_1 = 4p_0$) a másodfajú hiba valószínűségében van nagy különbség.

Az átvételi ellenőrzési terv fajtájában, az alkalmazott szigorúsági fokozatban, a mintavételi lépcsők számában és az átvételi hibaszint (AQL) értékében az átadó és az átvevő a szállítás előtt megállapodik. Ezt követően a szállítmány átvételi ellenőrzése a megállapított paramétereknek megfelelő ellenőrzési terv szerint történik.

10.2.1. A táblázatok szerkezete

A tétel nagysága és az ellenőrzési fokozat (S1-III) szerint a kulcsjel-táblázatból (függelék VI/1. táblázata) egy nagy betűvel jelölt kódot kapunk. Maga a táblázat kulcsjelenként AQL függvényében megadja a veendő minta n nagyságát, valamint az elfogadási ($Ac=c$) és visszautasítási ($Re=r$) határt. Külön-külön táblázat vonatkozik a normális, a szigorított és az enyhített ellenőrzésre.

Vegyük példaképpen a normális ellenőrzést (függelék VI/2. táblázata).

A táblázat első két oszlopa a kulcsjel és a minta-nagyság. Utánuk a különböző átvételi hibaszintekhez (AQL) tartozó átvételi (Ac) és visszautasítási (Re) határok számoszlopait találjuk. Az átvételi hibaszint (AQL) lehet a selejtes termékek %-os aránya vagy a 100 darabra jutó hibaszám. A selejtarány 0.01%-tól 10%-ig terjedhet, a 100 elemre jutó hibaszám ezen túl 15 és 1000 közötti értékeket is fölvehet. A mintaelemszámok és az AQL értékek is közelítőleg az aranymetszés szabálya szerinti lépésekben változnak. Egy kulcsjelhez tartozó mintaelemszám az egy fokozattal nagyobbknak kb. 0.618-szerese, ugyanez érvényes a választható AQL értékekre. Ez a szorzó egyébként kb. $10^{-1/5}$, vagyis pl. az AQL 5 fokozattal fölfelé lépve éppen tízszeresére nő.

Az elfogadási valószínűségek (tehát a jelleggörbe) számításához, ha $AQL \leq 10$ és $n \leq 80$, a binomiális; $AQL > 10$ -nél a Poisson-eloszlást kell használni; $AQL \leq 10$ és $n > 80$ -ra is a Poisson-eloszlást, de mint a binomiális eloszlást közelítő eloszlást.

Ahol lefelé vagy fölfelé mutató nyilat látunk, a lábjegyzet szerint eljárva a nyíl alatt ill. fölött először található tervet kell használni. Ha a veendő minta nagysága eléri vagy meghaladja a tétel nagyságát, 100%-os ellenőrzés végzendő.

A táblázat átlói mentén az Ac átvételi határ állandó; egy átló minden pontjában az $AQL \cdot n$ szorzat is állandó. Pl. a normális vizsgálat táblázata R sorában $n=2000$,

$AQL=0.1\%$ -nál $Ac=5$, 5 sorral följebb, az L sorban, és 5 oszloppal jobbra (tehát az átló mentén) $n=200$, $AQL=1\%$, szorzatuk 200, Ac itt is 5. Ez biztosítja, hogy legalább az $AQL \cdot n$ szorzat kis értékei mellett (amikor a binomiális eloszlás jól közelíthető a Poisson-eloszlással, a hibás elemek számának várható értéke a mintában éppen $AQL \cdot n$), az átvétel $1-\alpha$ valószínűsége azonos legyen, pl. normális vizsgálat esetén 95%.

10-2. példa

1. lépés

Olvassuk ki a szabvány kulcsjel-táblázatából (függelék VI/1. táblázata) a kulcsjeleket, ha a tétel N nagysága 1201 és 3200 között van.

10-1a. táblázat

fokozat	S1	S2	S3	S4	I	II	III
kulcsjel	C	D	E	G	H	K	L

A II. fokozathoz a kód K.

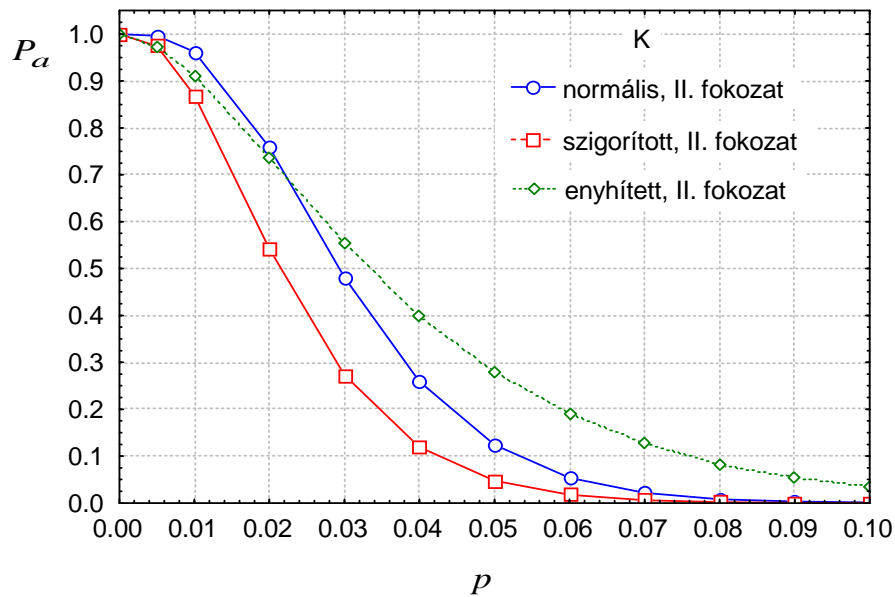
2. lépés

Nézzük most meg a függelék VI/2...4. táblázataiban, hogy a normális, szigorított és enyhített ellenőrzéshez hány elemű mintát kell venni, és melyek az átvétel (Ac) ill. visszautasítás (Re) határértékei, ha $AQL=1\%$, vagyis $p_0=0.01$.

10-1b. táblázat

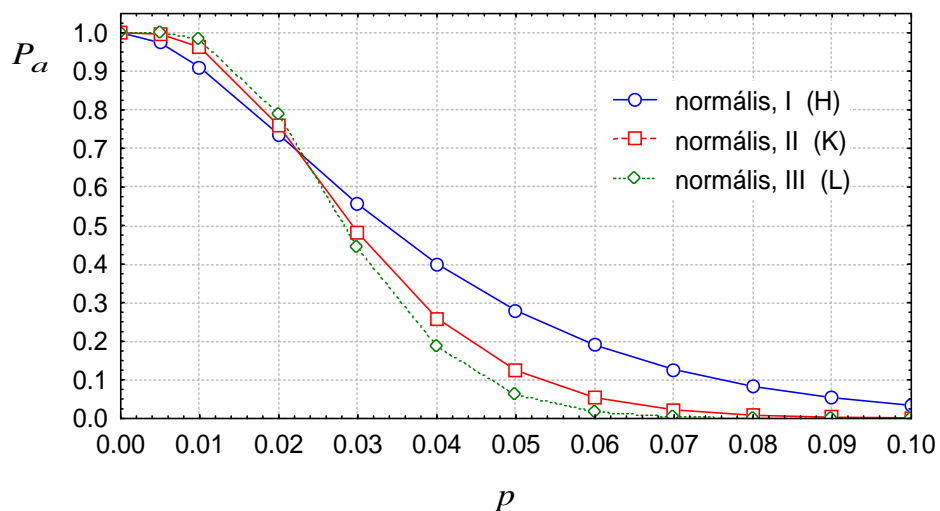
	n	Ac	Re
normális	125	3	4
szigorított	125	2	3
enyhített	50	1	4

Látható, hogy a normális és a szigorított ellenőrzés mintaelemszáma azonos, csak a szigorított esetben az elfogadási határérték alacsonyabb. Ez azt jelenti, hogy az elsőfajú hiba valószínűsége ott nagyobb. Az enyhített ellenőrzésnél lényegesen kisebb mintát kell vennünk.

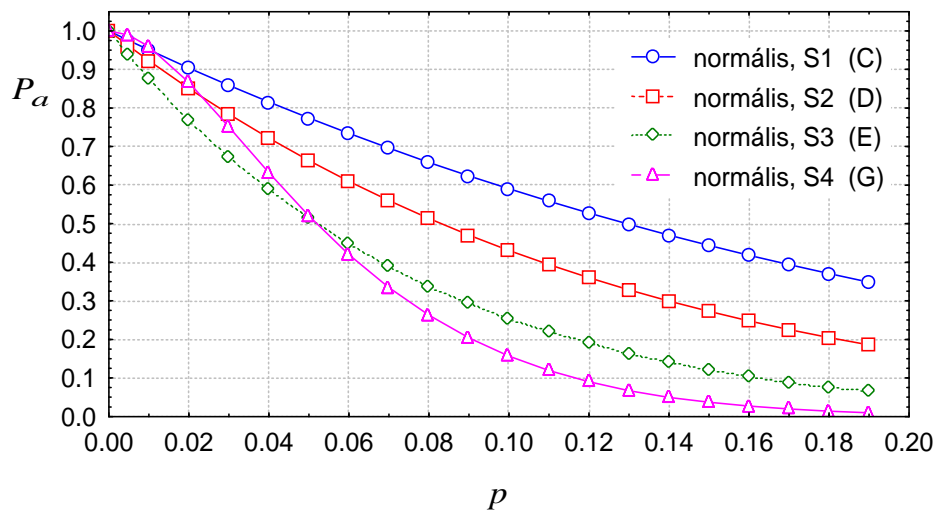


10-3. ábra. Jelleggörbe a különböző szigorúságú ellenőrzésekre a II. fokozatnál, a 10-2. példához

A 10-3. ábra mutatja a II. ellenőrzési fokozatnál a három esetre a jelleggörbét. Az $AQL=1\%$ -hoz tartozó normális ellenőrzésnél az elfogadás valószínűsége $P_a=0.95$, vagyis $p_0=0.01$ hiba-arányú tételt 95% valószínűséggel átvinnék, a szigorítottnál csak kb. 87% valószínűséggel. Az enyhített vizsgálatnál az elsőfajú hiba valószínűsége kisebb kellene, hogy legyen, de az elfogadási határ ($Ac=1$) az 50 elemű mintánál hiba-arányban ($1/50=0.02$) a normális ($3/125=0.024$) és a szigorított ($2/125=0.016$) közé esik. Ez azért fordulhat elő, mert az elfogadási határ csak egész szám lehet, a következő egész szám 2 lenne, és az 50 elemű mintánál hiba-arányként $2/50=0.04$ -ot kellene megadni, ami túlságosan nagy.



10-4. ábra. Jelleggörbe a különböző fokozatú ellenőrzésekre a normális szigorúságú vizsgálatnál, a 10-2. példához



10-5. ábra. Jelleggörbe a különböző járulékos fokozatú ellenőrzésekre a normális szigorúságú vizsgálatnál, a 10-2. példához