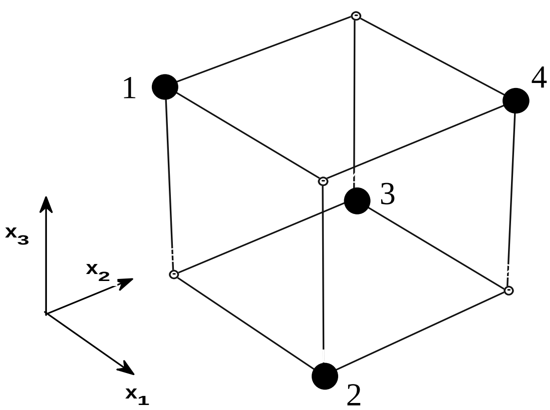
2^{p-r} típusú részfaktortervek

x_3

2^2				
i	x_0	x_1	x_2	x_1x_2
1	+	–	–	+
2	+	+	–	–
3	+	–	+	–
4	+	+	+	+

2^{3-1}				
i	x_0	x_1	x_2	x_3
1	+	–	–	+
2	+	+	–	–
3	+	–	+	–
4	+	+	+	+



i	x_0	x_1	x_2	x_3
1	+	–	–	+
2	+	+	–	–
3	+	–	+	–
4	+	+	+	+

Az illeszthető modell

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

$b_3 \to \beta_3 + \beta_{12}$ mivel $x_3 = x_1 x_2$

Mindkét oldalt szorozva x_3-mal $1 = x_1 x_2 x_3$

$x_1 = x_1^2 x_2 x_3 = x_2 x_3$ $b_1 \to \beta_1 + \beta_{23}$

$x_2 = x_1 x_3$ $b_2 \to \beta_2 + \beta_{13}$ (keveredési rendszer)

2^{4-1} $x_4 = x_1 x_2 x_3$ $1 = x_1 x_2 x_3 x_4$

A keveredési rendszer:

$x_1 = x_2 x_3 x_4$ $x_2 = x_1 x_3 x_4$ $x_3 = x_1 x_2 x_4$ $x_4 = x_1 x_2 x_3$

$x_1 x_3 = x_2 x_4$ $x_1 x_2 = x_3 x_4$ $x_1 x_4 = x_2 x_3$

A főhatások háromfaktoros interakciókkal keverednek,
a kétfaktoros interakciók pedig egymással.

A modell legalább a főhatásokat írja le!

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$$

kísérletek száma? becsülhető paraméterek száma?

2^{5-1} $x_5 = x_1 x_2 x_3 x_4$ $1 = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$

$x_1 = x_2 x_3 x_4 x_5$ $x_1 x_2 = x_3 x_4 x_5$ stb.

kísérletek száma? paraméterek száma?

2^{5-2}

pl. $x_4 = x_1 x_2$ $x_5 = x_1 x_2 x_3$

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5$$

kísérletek száma? paraméterek száma?

2^{5-3}

kísérletek száma? paraméterek száma?

2^{6-3}

kísérletek száma? paraméterek száma?

2^{7-3}

kísérletek száma? paraméterek száma?

2^{7-4}

kísérletek száma? paraméterek száma?

Meddig lehet a kísérletek számát csökkenteni?

Legalább a főhatásokat becsülnünk kell, p faktorra minimálisan p+1 pontból

pl. 7 faktorra legalább 8 beállítás (2^{7-4}).

Ha a faktorok száma 8 és 15 között van, a minimális beállítások száma 16

3. példa: 2^{7-4} részfaktorterv + fold-over

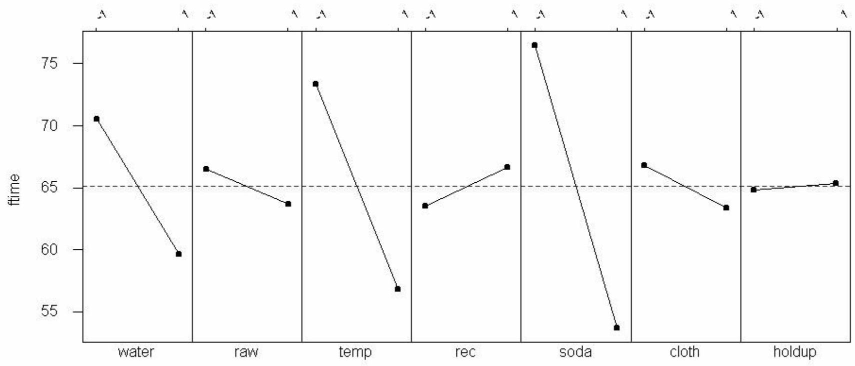
G. E. P. Box, W. G. Hunter, J. S. Hunter: Statistics for Experimenters, J. Wiley, 1978; p. 424-429

	variable	-	+
1	water supply	town reservoir	well
2	raw material	on site	other
3	temperature	low	high
4	recycle	yes	no
5	caustic soda	fast	slow
6	filter cloth	new	old
7	holdup time	low	high

Az első terv:

test	1	2	3	12 4	13 5	23 6	123 7	filtration time (min) y
1	-	-	-	+	+	+	-	68.4
2	+	-	-	-	-	+	+	77.7
3	-	+	-	-	+	-	+	66.4
4	+	+	-	+	-	-	-	81.0
5	-	-	+	+	-	-	+	78.6
6	+	-	+	-	+	-	-	41.2
7	-	+	+	-	-	+	-	68.7
8	+	+	+	+	+	+	+	38.7

Main Effects Plot (data means) for ftime



Az első terv eredményeinek feldolgozása:

$l_1 = -10.9 \rightarrow 1+24+35+67$
$l_2 = -2.8 \rightarrow 2+14+36+57$
$l_3 = -16.6 \rightarrow 3+15+26+47$
$l_4 = 3.2 \rightarrow 4+12+37+56$
$l_5 = -22.8 \rightarrow 5+13+27+46$
$l_6 = -3.4 \rightarrow 6+17+23+45$
$l_7 = 0.5 \rightarrow 7+16+25+34$

Második (fold-over) terv:

test	**1**	**2**	**3**	**-12** **4**	**-13** **5**	**-23** **6**	**123** **7**	filtration time (min) y
9	+	+	+	-	-	-	+	66.7
10	-	+	+	+	+	-	-	65.0
11	+	-	+	+	-	+	-	86.4
12	-	-	+	-	+	+	+	61.9
13	+	+	-	-	+	+	-	47.8
14	-	+	-	+	-	+	+	59.0
15	+	-	-	+	+	-	+	42.6
16	-	-	-	-	-	-	-	67.6

A 16 kísérlet eredményeinek feldolgozása:

$l_1 = -6.7 \rightarrow 1$
$l_2 = -3.9 \rightarrow 2$
$l_3 = -0.4 \rightarrow 3$
$l_4 = 2.8 \rightarrow 4$
$l_5 = -19.2 \rightarrow 5$
$l_6 = 0.1 \rightarrow 6$
$l_7 = -4.4 \rightarrow 7$
$l_{12} = 0.5 \rightarrow 12+37+56$
$l_{13} = -3.6 \rightarrow 13+27+46$
$l_{14} = 1.1 \rightarrow 14+36+57$
$l_{15} = -16.2 \rightarrow 15+26+47$
$l_{16} = 4.9 \rightarrow 16+25+34$
$l_{17} = -3.4 \rightarrow 17+23+45$
$l_{24} = -4.2 \rightarrow 24+35+67$

A kísérletek menete

Randomizálás
Például a kísérletekhez felhasználandó nyersanyag egy tételéből nincs annyi, hogy az egész kísérletsorozatra futná, vagy nem végezhetjük az egész sorozatot egy napon ill. egy készüléken.
A kísérletek sorrendjét véletlenszerűsíthetjük, ez a randomizálás.
Ekkor a szórás megnő és elfedi a lényeges faktorok hatását.

Blokkokra osztás

BLOKK

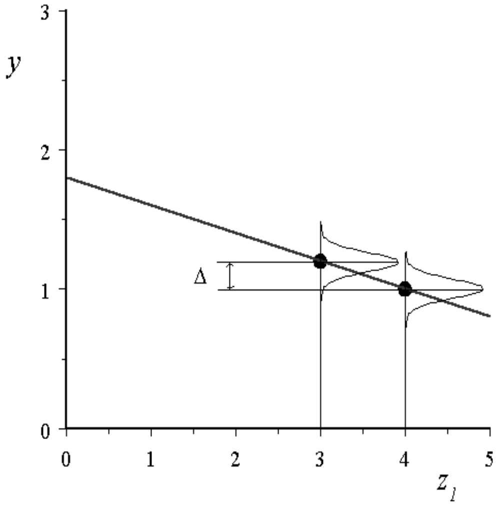
i	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$
1	+	+	+	+	+
2	+	–	+	+	–
3	+	+	–	+	–
4	+	–	–	+	+
5	+	+	+	–	–
6	+	–	+	–	+
7	+	+	–	–	+
8	+	–	–	–	–

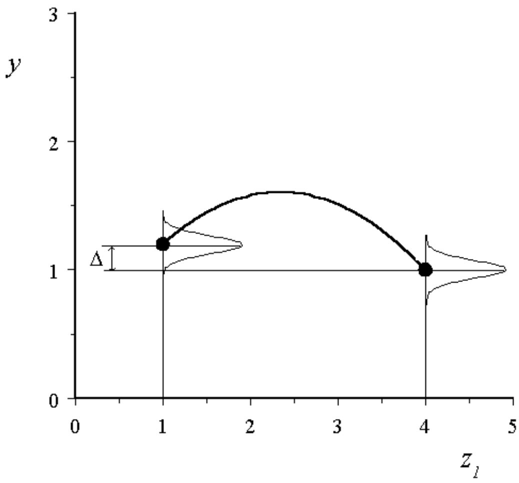
A variációs intervallum megválasztása

A faktorok értelmezési tartományán belül

- ehhez az intervallumhoz képest kell a faktor beállítási bizonytalanságának elhanyagolhatónak lennie
- ha túl kicsire választjuk, a faktor hatástalannak mutatkozik
- ha túl nagyra, a görbe felület leírására a sík nem adekvát

Ha nagy a szórás, nem észleljük a hatást!





4. példa: 2^{7-4} részfaktorterv+fold-over, centrumponttal

A kísérletek célja egy speciális anyag optimális előállítási körülményeinek meghatározása volt. A célfüggvény a kihozatal %, melynek maximális értékét kell elérni.

Faktorok :

z_1 reakció idő, min;

z_2 hőmérséklet, °C;

z_3 fordulatszám, 1/min;

z_4 katalizátor koncentráció, %;

z_5 felesleg, %;

z_6 nyomás, bar;

z_7 szennyezés koncentráció, %.

.

Jellemzők	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7
Alapszint, z_j^0	75	132,5	450	1,5	25	1,5	0,25
Variációs intervallum, Δz_j	5	2,5	50	0,5	5	0,5	0,25
-1	70	130	400	1,0	20	1	0,00
+1	80	135	500	2,0	30	2	0,50

Az 1. blokk: 2^{7-4} részfaktorterv, 3 ismétlés a centrumpontban:

$$x_4 = x_1 x_2; \qquad x_5 = x_1 x_3; \qquad x_6 = x_2 x_3; \qquad x_7 = x_1 x_2 x_3$$

i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	*y*, %	*blokk*
1	+	-	+	-	+	-	+	-	31,04	1
2	+	+	+	-	-	+	-	-	43,65	1
3	+	-	-	-	-	+	+	+	56,42	1
4	+	+	-	-	+	-	-	+	66,39	1
5	+	-	+	+	-	-	-	+	27,78	1
6	+	+	+	+	+	+	+	+	48,63	1
7	+	-	-	+	+	+	-	-	51,13	1
8	+	+	-	+	-	-	+	-	69,70	1
9	+	0	0	0	0	0	0	0	49,07	1
10	+	0	0	0	0	0	0	0	51,34	1
11	+	0	0	0	0	0	0	0	49,72	1

A 2. blokk: fold-over (3 centrumponttal)

i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	*y*, %	*blokk*
12	+	+	+	+	-	-	-	+	65,29	2
13	+	-	+	+	+	+	-	-	56,90	2
14	+	+	-	+	+	-	+	-	42,42	2
15	+	-	-	+	-	+	+	+	31,47	2
16	+	+	+	-	-	+	+	-	71,18	2
17	+	-	+	-	+	-	+	+	50,08	2
18	+	+	-	-	+	+	-	+	47,26	2
19	+	-	-	-	-	-	-	-	29,11	2
20	+	0	0	0	0	0	0	0	49,89	2
21	+	0	0	0	0	0	0	0	49,16	2
22	+	0	0	0	0	0	0	0	51,11	2

Fractional Factorial Fit: y, % versus time; Temp; ...

Estimated Effects and Coefficients for y, (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		49,2781	0,2423	203,40	0,000
Block		0,0455	0,2066	0,22	0,835
time	15,0738	7,5369	0,2423	31,11	0,000
Temp	23,2163	11,6081	0,2423	47,91	0,000
ford.szá	-0,2262	-0,1131	0,2423	-0,47	0,660
kat.konc	-0,6638	-0,3319	0,2423	-1,37	0,229
felesleg	4,5937	2,2969	0,2423	9,48	0,000
Nyomás	-0,8887	-0,4444	0,2423	-1,83	0,126
sz.konc	-0,6437	-0,3219	0,2423	-1,33	0,241
time*Temp	-0,5662	-0,2831	0,2423	-1,17	0,295
time*ford.szá	-0,3838	-0,1919	0,2423	-0,79	0,464
time*kat.konc	-0,0813	-0,0406	0,2423	-0,17	0,873
time*felesleg	0,1612	0,0806	0,2423	0,33	0,753
time*Nyomás	0,7337	0,3669	0,2423	1,51	0,190
time*sz.konc	-0,0362	-0,0181	0,2423	-0,07	0,943
Temp*kat.konc	0,4263	0,2131	0,2423	0,88	0,419
Ct Pt		0,7702	0,4639	1,66	0,158

A blokk nem szignifikáns

szignifikáns

A centrumbeli mérések átlagának eltérése a „Constant” -tól nem szignifikáns, tehát a lineáris modell adekvát.

A felesleget (x_5 ill. z_5) nem lehet tovább növelni, így azt a fölső szintjén rögzítették ($x_5 = +1$).

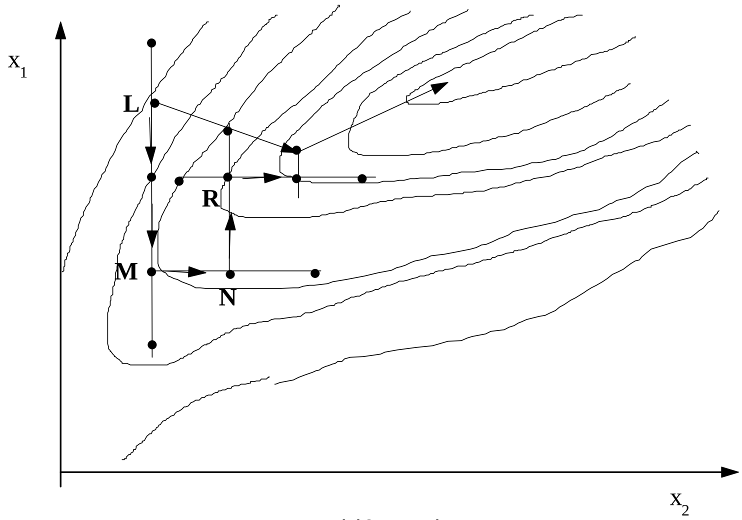
Az illesztett lineáris függvény:

$$\hat{Y} = 49{,}28 + 7{,}54x_1 + 11{,}61x_2 + 2{,}30x_5 = 51{,}58 + 7{,}54x_1 + 11{,}61x_2$$

$$49{,}28 + 2{,}30(+1) = 51{,}58$$

A célfüggvény maximumát (optimum) az x_1 és x_2 független változók terében keressük tovább.

Box és Wilson módszere az optimum megközelítésére



A gradiens:

$$\underline{grad\ f} = \frac{\partial f}{\partial x_1}\underline{\delta x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2}\underline{\delta x_2} + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_p}\underline{\delta x_p}$$

ahol $\underline{\delta x_j}$ a j-edik koordinátatengely irányába mutató egységvektor.

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \cdots + b_p x_p$$

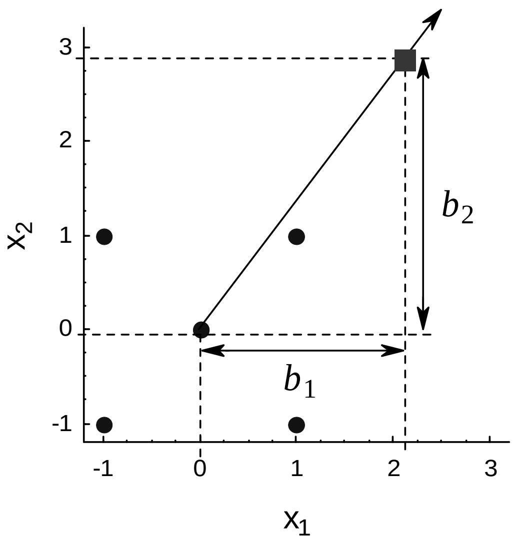
$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} = b_1, \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} = b_2, \ldots, \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_p} = b_p.$$

A gradiensfüggvény:

$$\underline{grad\hat{Y}} = b_1 \underline{\delta x_1} + b_2 \underline{\delta x_2} + \ldots + b_p \underline{\delta x_p}$$

A gradiens irányában úgy haladhatunk, ha az x_1 tengely mentén b_1, az x_2 tengely mentén b_2 nagyságú stb. lépést teszünk. Az x_j koordinátában az egységnyi lépés a z_j eredeti fizikai skálán Δz_j .

A gradiens:



A tervpontokra illesztett modell:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

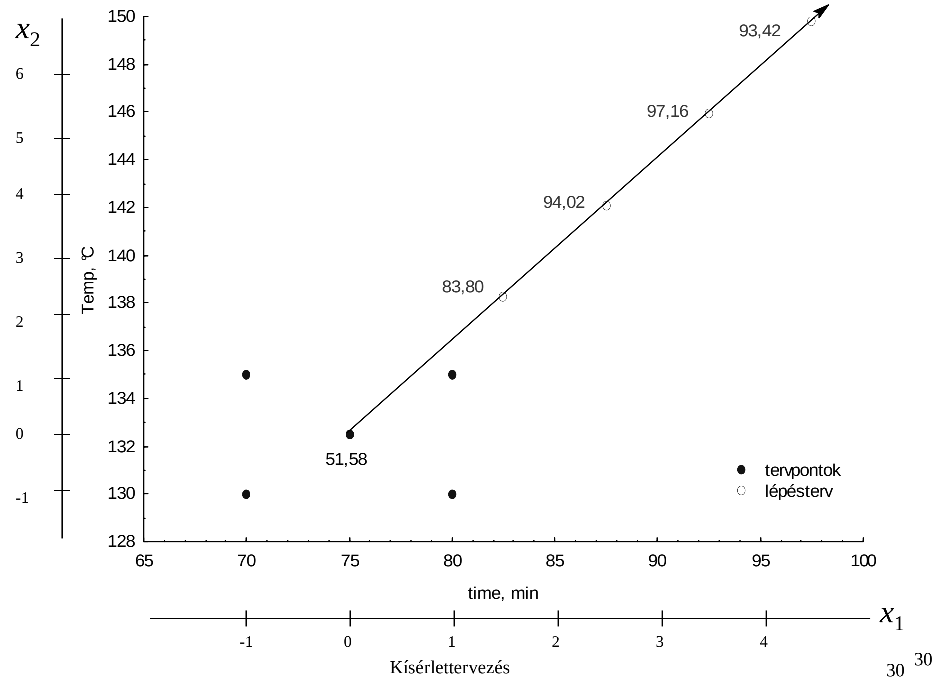
● tervpontok
■ lépésterv

5. példa: a 4. példa folytatása; lépésterv a gradiens mentén

A tervpontokra illesztett egyenlet: $\hat{Y} = 51{,}58 + 7{,}54 x_1 + 11{,}61 x_2$

j	1	3
z_j^0	75	132,5
Δz_j	5	2,5
b_j	7,54	11,61
$b_j \Delta z_j$	37,70	29,03
lépés	2,5	1,92

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{11{,}61}{7{,}54} = 1{,}540$$



sorszám	x_1	x_2	**time, min**	**Temp, °C**	**y, %**
tervcentrum	0	0	75,0	132,5	$\hat{Y} = 51{,}58$
	0,5	0,77	77,5	134,4	
	1,0	1,54	80,0	136,4	
23	1,5	2,31	82,5	138,3	83,80
	2,0	3,08	85,0	140,2	
24	2,5	3,85	87,5	142,1	94,02
	3,0	4,62	90,0	144,1	
26	3,5	5,39	92,5	146,0	97,16
	4,0	6,16	95,0	147,9	
27	4,5	6,93	97,5	149,8	93,42

6. példa: a 4. példa folytatása; 2^2 terv az optimum közelében

sorszám	time, min	Temp., °C	x_1	x_2	y, %
1	80	140	-	-	82,20
2	100	140	+	-	92,69
3	80	150	-	+	92,24
4	100	150	+	+	89,98
5	90	145	0	0	93,89
6	90	145	0	0	95,56
7	90	145	0	0	94,84

```
Fractional Factorial Fit: y, % versus time; Temp

Estimated Effects and Coefficients for y, (coded units)

Term          Effect      Coef     SE Coef        T       P
Constant                89,278      0,4188   213,17   0,000
time           4,115     2,058      0,4188     4,91   0,039
Temp           3,665     1,832      0,4188     4,38   0,048
time*Temp     -6,375    -3,187      0,4188    -7,61   0,017
Ct Pt                    5,486      0,6398     8,57   0,013
```

Szignifikáns a centrumbeli mérések átlagának eltérése a „Constant” -tól, tehát a lineáris modell nem megfelelő.

Másodfokú modell illesztésére alkalmas terv szükséges!

Másodfokú kísérleti tervek

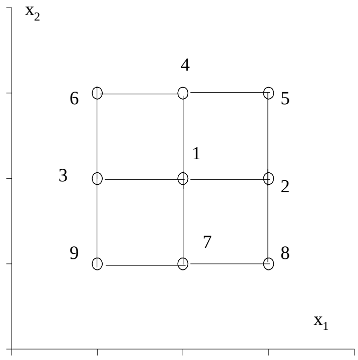
A másodfokú modell paraméterei nem becsülhetők a 2^p és 2^{p-r} tervek eredményeiből.

A 2^p kétszintes tervek kiegészíthetők háromszintesekké: 3^p.

Minőségi faktorok kettőnél több szinten csak varianciaanalízissel vizsgálhatók, mert szintjeik nem értelmezhetők intervallum-skálán.

3^2 másodfokú terv:

i	x_1	x_2
1	0	0
2	+	0
3	–	0
4	0	+
5	+	+
6	–	+
7	0	–
8	+	–
9	–	–

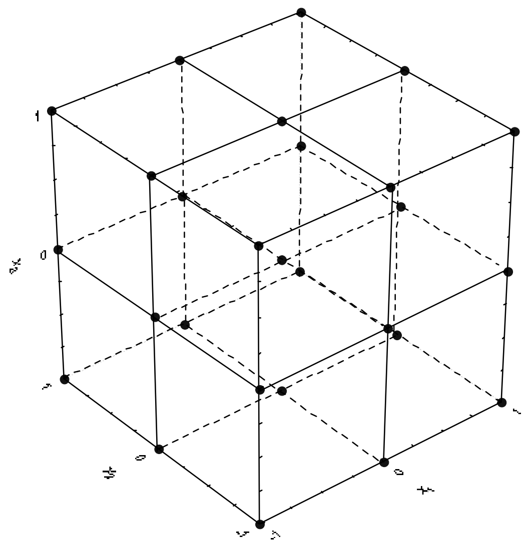


$$x'_{ji} = x_{ji}^2 - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2 = x_{ji}^2 - \overline{x_j^2}$$

Két faktorra a 3^2 kísérleti terv $\left(x'_j = x_j^2 - \frac{2}{3}\right)$:

i	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	x'_1	x'_2	$x'_1x'_2$
1	+	+	+	+	1/3	1/3	1/9
2	+	-	+	-	1/3	1/3	1/9
3	+	+	-	-	1/3	1/3	1/9
4	+	-	-	+	1/3	1/3	1/9
5	+	+	0	0	1/3	-2/3	-2/9
6	+	-	0	0	1/3	-2/3	-2/9
7	+	0	+	0	-2/3	1/3	-2/9
8	+	0	-	0	-2/3	1/3	-2/9
9	+	0	0	0	-2/3	-2/3	4/9

3^3 másodfokú terv:



A 3^p tervben az elvégzendő kísérletek száma a faktorok *p* számával rohamosan, a becsülhető együtthatók *l* száma pedig kevéssé nő.

p	2	3	4	5	6
3^p	9	27	81	243	729
l	6	10	15	21	28

Kompozíciós tervek

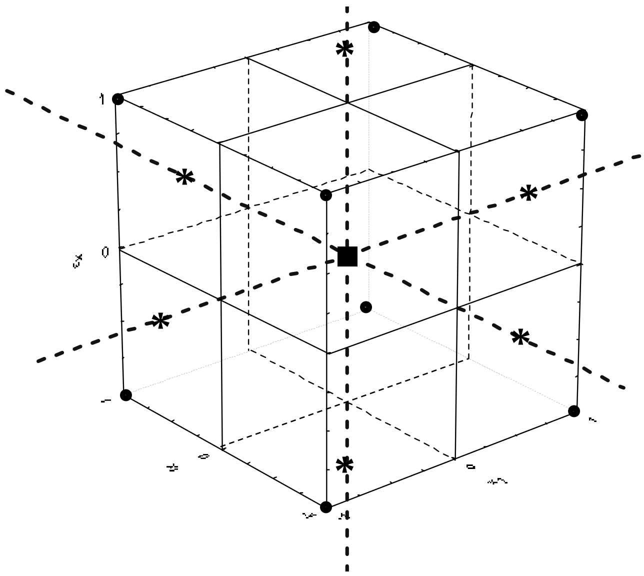
magja egy 2*p* típusú teljes faktoros kísérleti terv
(*p*≥5 esetén részfaktorterv),
2*p* csillagpont a centrumtól α távolságra
és k_c centrumbeli kísérlet.

$$N=2p+2p+k_c$$

Az α értékének megválasztása szerint a terv lehet ortogonális vagy forgatható. Ortogonális terv és *k*c=1 esetére:

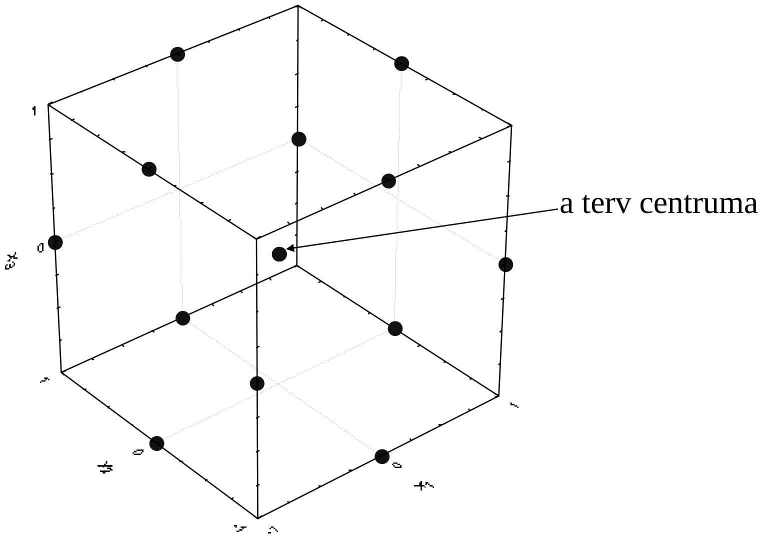
A faktor szám, *p*	2	3	4	5
A terv magja	2^2	2^3	2^4	2^{5-1}
α	1.0	1.215	1.414	1.547

Kompozíciós terv három faktorra



• 2^3 kétszintes terv
■ centrumpont
* csillagpontok
α távolságra

Box-Behnken terv 3 faktorra



7. példa: a 2^2 terv módosítása kompozíciós tervvé

	blokk	time	Temp.	y
1	1	80	140	82,20
2	1	100	140	92,69
3	1	80	150	92,24
4	1	100	150	89,98
5	1	90	145	93,89
6	1	90	145	95,56
7	**2**	**75,858**	**145**	**88,62**
8	**2**	**104,142**	**145**	**92,18**
9	**2**	**90**	**137,929**	**85,80**
10	**2**	**90**	**152,071**	**91,12**
11	**2**	**90**	**145**	**94,87**
12	**2**	**90**	**145**	**95,36**

2^2 terv (rows 1–6)

Csillagpontok és centrumpont (rows 7–12)

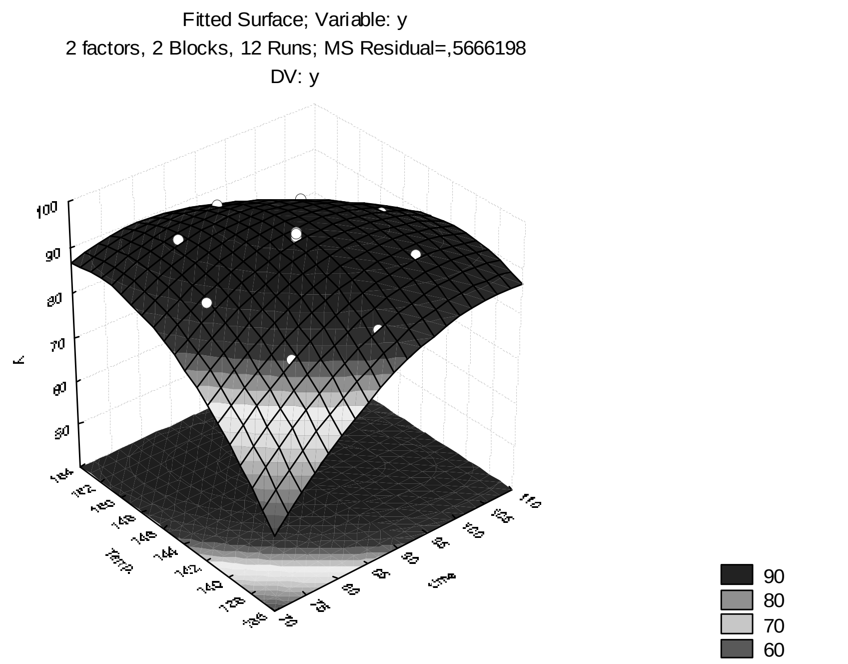
Effect Estimates; Var.:y; R-sqr=,98422; Adj:,96529 (kompozit)
2 factors, 2 Blocks, 12 Runs; MS Residual=,5666198 DV: y

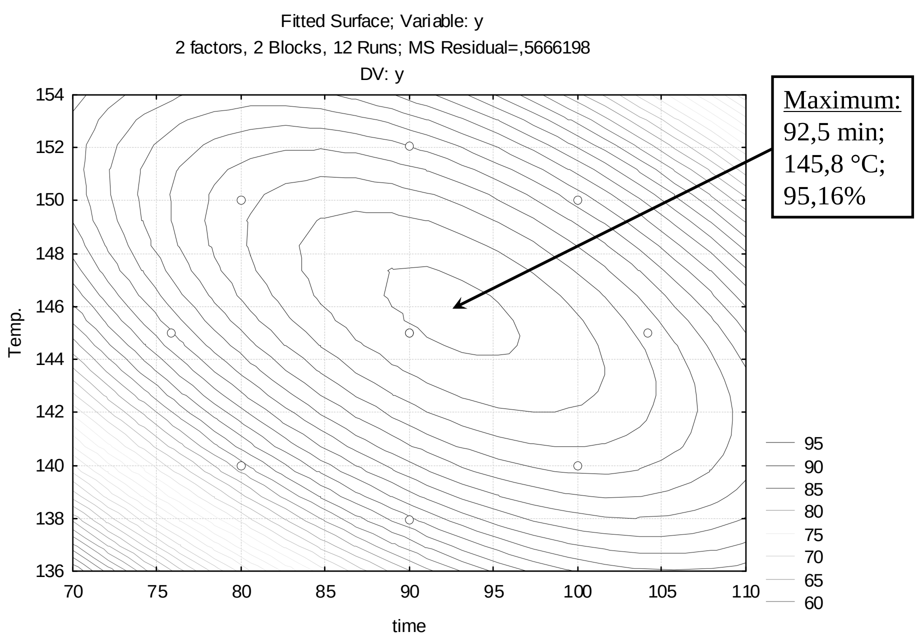
	Effect	Std.Err.	t(5)	p
Mean/Interc.	94,92000	0,376371	252,1981	0,000000
blokk(1)	0,23160	0,434596	0,5329	0,616928
(1)time (L)	3,31617	0,532271	6,2302	0,001559
time (Q)	-4,59628	0,595102	-7,7235	0,000581
(2)Temp.(L)	3,71342	0,532271	6,9766	0,000931
Temp.(Q)	-6,53632	0,595102	-10,9835	0,000109
1L by 2L	-6,37500	0,752742	-8,4690	0,000377

A blokk nem szignifikáns

Regr. Coefficients; Var.:y; R-sqr=,98422; Adj:,96529 (kompozit)
2 factors, 2 Blocks, 12 Runs; MS Residual=,5666198 DV: y

	Regressn	Std.Err.	t(5)	p
Mean/Interc.	-3740,46	274,2227	-13,6402	0,000038
blokk(1)	0,12	0,2173	0,5329	0,616928
(1)time (L)	13,55	1,2161	11,1391	0,000102
time (Q)	-0,02	0,0030	-7,7235	0,000581
(2)Temp.(L)	44,02	3,5179	12,5132	0,000058
Temp.(Q)	-0,13	0,0119	-10,9835	0,000109
1L by 2L	-0,06	0,0075	-8,4690	0,000377


Fitted Surface; Variable: y
2 factors, 2 Blocks, 12 Runs; MS Residual=,5666198
DV: y
y
Temp.
time
90
80
70
60


Fitted Surface; Variable: y
2 factors, 2 Blocks, 12 Runs; MS Residual=,5666198
DV: y
Maximum:
92,5 min;
145,8 °C;
95,16%
Temp.
154
152
150
148
146
144
142
140
138
136
70
75
80
85
90
95
100
105
110
time
95
90
85
80
75
70
65
60

Minőségjavító kísérlettervezés: Taguchi módszere

Az előírt értéktől való átlagos eltérés oka valamely paraméter rossz beállítása, az ingadozás oka a gyártási körülmények ingadozása.

A hagyományos megközelítés szerint felderítik, hogy az ingadozásért mely tényezők felelősek, és ezek változását szűk határok közé szorítják, ez általában lényegesen növeli a gyártás költségeit, tehát „jó minőséget drágán” jelmondattal lehetne jellemezni.

A Taguchi-féle megközelítési mód szerint a jó minőséget olcsón lehet és kell biztosítani! Nem az ingadozás okát szüntetik meg, hanem hatását csökkentik.

Példa: Taguchi módszere a minőség kísérletes javítására

Ina Tile: sok a selejt – a kemence különböző pontjain a hőmérséklet nem azonos

A kemence áttervezése és átépítése helyett a csempe-massza receptúráját változtatták meg úgy, hogy az ne legyen annyira érzékeny az égetés hőmérsékletére.

2^{7-4} terv (régi szint a szürke):

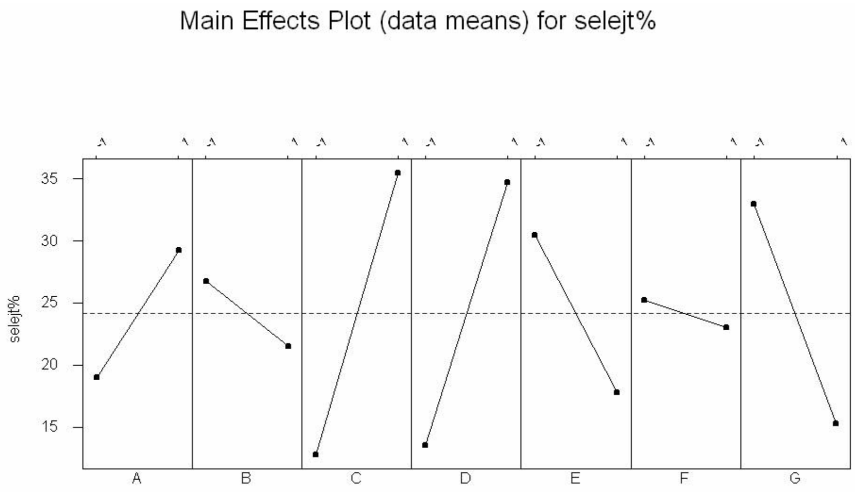
	faktor	-1	+1
A	agalmatolit típusa	jelenlegi	olcsóbb
B	az adalék szemcsézettsége	durva	finom
C	mészkő mennyisége	5%	1%
D	selejt-visszaforgatás	0%	4%
E	betöltött mennyiség	1300 kg	1200 kg
F	agalmatolit mennyisége	43%	53%
G	földpát mennyisége	0%	5%

(az agalmatolit drága)

2^{7-4}

D = -AB; E = -AC; F = -BC; G = ABC

	A	B	C	D	E	F	G	selejt %
1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	16.0
2	+ 1	–1	–1	+ 1	+ 1	–1	+ 1	17.0
3	–1	+ 1	–1	+ 1	–1	+ 1	+ 1	12.0
4	+ 1	+ 1	–1	–1	+ 1	+ 1	–1	6.0
5	–1	–1	+ 1	–1	+ 1	+ 1	+ 1	6.0
6	+ 1	–1	+ 1	+ 1	–1	+ 1	–1	68.0
7	–1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	–1	–1	42.0
8	+ 1	+ 1	+ 1	–1	–1	–1	+ 1	26.0

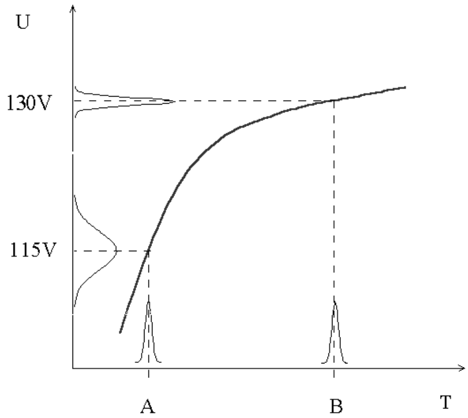


		hatás	*b*	sorrend	választandó
	átlag/tengelymetszet	24.125	24.125		
A	agalmatolit típusa	10.250	5.125	V	–1 (jelenlegi)
B	adalék szemcsézettsége	-5.250	-2.625	VI	+1 (finom)
C	mészkő mennyisége	22.750	11.375	I	–1 (5%)
D	selejt-visszaforgatás	21.250	10.625	II	–1 (0%)
E	betöltött mennyiség	-12.750	-6.375	IV	+1 (1200 kg)
F	agalmatolit mennyisége	-2.250	-1.125	VII	+1 (53%)
G	földpát mennyisége	-17.750	-8.875	III	+1 (5%)

Nem az okot, hanem a következményt enyhítették!

Taguchi tranzisztor-példája:

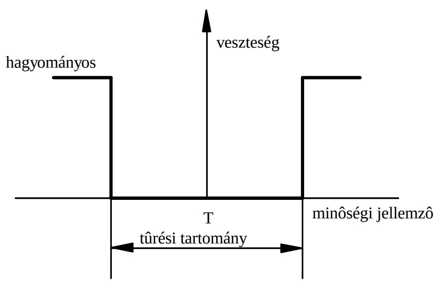
A tranzisztor teljesítmény-tényezője függvényében az áramkör kimenő feszültsége:

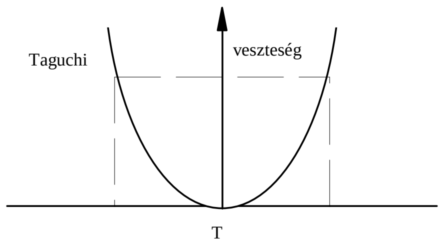


A kimenő feszültség előírt értéke 115V

Nem az okot szüntettük meg, hanem a következményét csökkentettük

A Taguchi-féle minőség-fogalom és a négyzetes veszteségfüggvény





y a kérdéses minőségi jellemző, T az előírt értéke (target), a veszteségfüggvény Taylor-polinommal közelíthető:

$$L(y) = L(T) + L'(T)(y - T) + L''(T)\frac{(y - T)^2}{2!} + \cdots$$

$$L(T) = L'(T) = 0$$

a másodfokúnál magasabb tagokat elhagyjuk

$$L(y) = k(y - T)^2$$

A k együttható meghatározásához egyetlen összetartozó $(L\,;\,y)$ értékpár elegendő

A minőségi jellemző a termék-sokaságra valószínűségi változó.

A veszteség-függvény értéke is valószínűségi változó.

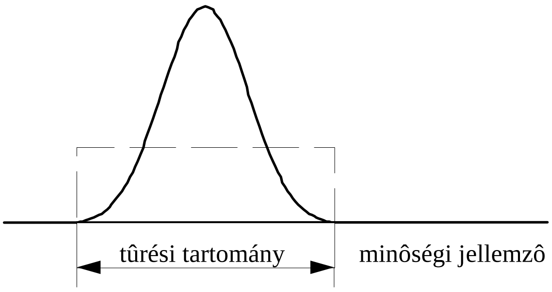
Várható értéke:

$$E\,[L(y)] = k\,E\left[(y - T)^2\right] = k\left\{E\left[(y - \mu)^2\right] + (\mu - T)^2\right\} = k\left[\sigma^2 + (\mu - T)^2\right]$$

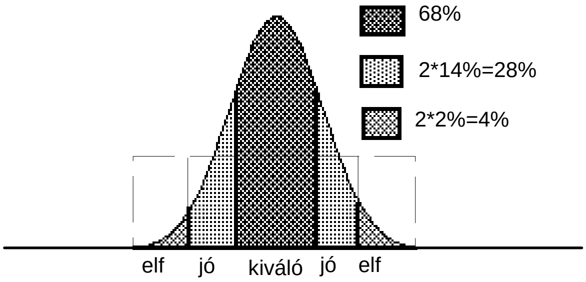
közepes négyzetes hiba (mean square error)

A veszteség-függvény várható értéke tehát annál nagyobb, minél nagyobb az ingadozás és minél nagyobb az átlagnak az előírt értéktől való eltérése.

Egyenletes és normális eloszlás szerint ingadozó minőségi jellemző



kiváló, jó, éppen megfelelő



A veszteség-függvény várható értékének becslése *n* adatból álló mintára (átlagos veszteség):

$$\overline{L}(y)=\frac{k}{n}\sum_{i}\left(y_i-T\right)^2=k\left[\frac{n-1}{n}s^2+(\overline{y}-T)^2\right]$$

Példa az átlagos veszteségfüggvény számítására

A minőségi jellemző előírt (névleges) értéke T=115 V, az együttható értéke: k=1 \$/V^2.

Kétféle beállítással a következő adatokat mérték:

A: 115, 114, 115, 115, 116, 117, 114, 114, 115, 114, 117, 115

B: 112, 118, 113,117, 116, 117, 114, 116, 115, 114, 113, 115

Számítsuk ki a kétféle beállításra az átlagos veszteséget, valamint az *USL*=120V tűréshatárra számított veszteséget!

beállítás	$\overline{y}$	s_y	$\overline{L}$
A	115.0833	1.083625	1.083
B	115.0000	1.858641	3.167

$$\overline{L}(y) = k\left[\frac{n-1}{n}s^2 + (\overline{y}-T)^2\right] = 1\cdot\left[\frac{12-1}{12}s^2 + (\overline{y}-115)^2\right]$$

$$L(USL) = 1\cdot(120-115)^2 = 25\$$$

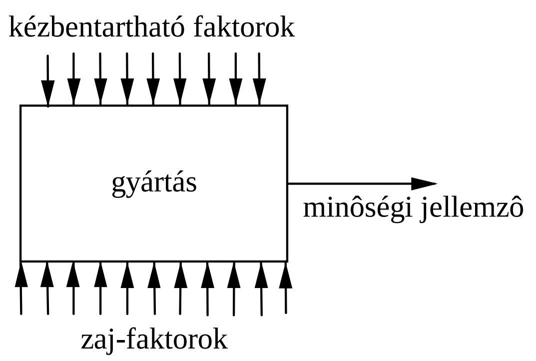
Következtetés:

Az A beállítás kedvezőbb B-nél, mert kisebb az átlagos veszteség. Az ingadozás centruma ugyan eltér a névleges értéktől, de a szórás kisebb, mint B-nél.

Faktorok a minőségjavító kísérlettervezésnél

Két fő csoport

- kézbentartható faktorok (pl. a csempe összetétele ill. a sablon mérete)
- zaj-faktorok: az adott technológiai megvalósításnál nem állíthatók be (pl. a kemence különböző részeinek hőmérséklete)



A zaj-típusok:

- külső zaj: terméknél különböző használati körülmények, környezeti feltételek, gyártásnál is a környezeti feltételek változása;
- belső zaj: terméknél időbeli vagy a használat során bekövetkező változások, gyártásnál a berendezés kopása, elállítódása;
- egyedenkénti különbség: az egy időben, azonos körülmények között gyártott termék-példányok minőségi jellemzőjének ingadozása.

A cél

- különböző környezeti feltételek között jól működő,
- a használat során kevéssé romló,
- egyedenként kevéssé ingadozó minőségű termék ill. gyártás kialakítása

A minőséget akkor javítjuk, ha a négyzetes veszteség-függvény várható értékét csökkentjük.

Célunk a függvény minimumának elérése.

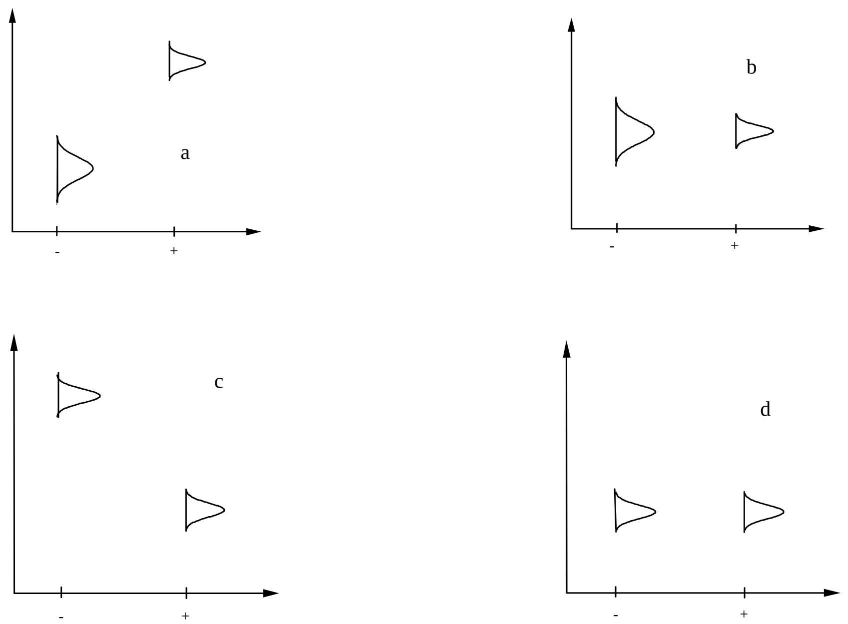
A függvény értéke akkor kicsi, ha a szórásnégyzet kicsi és az átlag az előírt értéktől kevéssé tér el.

Mely faktorok hatnak

- a szórásra
- az átlagra
- mindkettőre
- egyikre sem.

A felderítés módszere a jól tervezett kísérletsorozat.

A robosztus termék ill. gyártás kialakításához az ingadozásra ható faktorok értékét úgy állítjuk be, hogy a minőségingadozás minél kisebb legyen, az átlagra ható faktorokét pedig úgy, hogy az átlag az előírt érték legyen.



Példa: A zaj az ismétlések szórásában tükröződik

Egy gépkocsi-ipari beszállítónál furatba préselnek egy tengelyt, a cél a kiszakítási nyomaték előírt minimális értékének elérése.

jel	faktor neve	1. szintje	2. szintje
A	ragasztó típusa	Permabond A121	Loctite 263
B	ragasztó tömege	0.064 g	0.04 g
C	tengely-tisztítás	ahogy szállítják	tisztítva
D	ház-tisztítás	ahogy szállítják	tisztítva
E	bepréselési nyomás	40 NM	45 NM
F	állási idő	24 h	12 h
G	ragasztó alkalmazási módja	rácsöppentve	körülkenve

Minden beállítást 10-szer valósítanak meg.
A mérési eredmények: kiszakítási nyomaték, Nm

	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*y*										átlag	szórás
1	1	1	1	1	1	1	1	50	44	54	52	58	54	52	46	46	50	50.6	4.33
2	1	1	1	2	2	2	2	50	42	44	48	40	46	52	50	42	42	45.6	4.20
3	1	2	2	1	1	2	2	40	40	52	44	50	34	48	60	54	48	47.0	7.67
4	1	2	2	2	2	1	1	40	28	52	50	38	46	38	36	34	30	39.2	8.01
5	2	1	2	1	2	1	2	42	40	46	40	44	40	40	40	36	42	41.0	2.71
6	2	1	2	2	1	2	1	40	36	30	32	30	38	30	40	30	38	34.4	4.40
7	2	2	1	1	2	2	1	36	34	36	34	38	34	38	36	30	38	35.4	2.50
8	2	2	1	2	1	1	2	30	34	24	34	30	30	32	32	30	30	30.6	2.84

Példa: A zajt terv szerint generáljuk (szorzat-terv)

A süteményporok felhasználásánál problémát okoz, hogy a háziasszonyok nem tartják be pontosan az előírt sütéshez előírt hőmérsékletet és sütési időtartamot. A feladat olyan süteménypor-összetétel kidolgozása, amely ilyen szempontból robusztus.

(Box és Jones, Journal of Applied Statistics, 19 3-25, 1992)

Kézbentartható faktorok: a tojáspor mennyisége,
a liszt mennyisége és a zsiradék mennyisége;
zaj-faktorok: a sütés hőmérséklete és időtartama.

A függő változó: a sütemény élvezeti értéke 1-7 skálán.

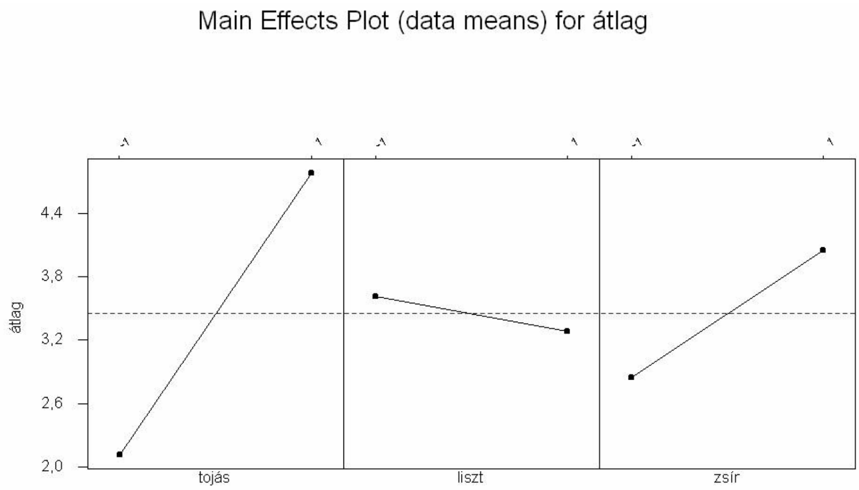
A terv és az eredmények:

külső terv

				idő	–	+	–	+	átlag	szórás
				hőm.	–	–	+	+		
	tojás	liszt	zsir.							
1	–	–	–		1.3	1.6	1.2	3.1	1.800	0.883
2	+	–	–		2.2	5.5	3.2	6.5	4.350	1.991
3	–	+	–		1.3	1.2	1.5	1.7	1.425	0.222
4	+	+	–		3.7	3.5	3.8	4.2	3.800	0.294
5	–	–	+		1.6	3.5	2.3	4.4	2.950	1.245
6	+	–	+		4.1	6.1	4.9	6.3	5.350	1.038
7	–	+	+		1.9	2.4	2.6	2.2	2.275	0.299
8	+	+	+		5.2	5.8	5.5	6.0	5.625	0.350

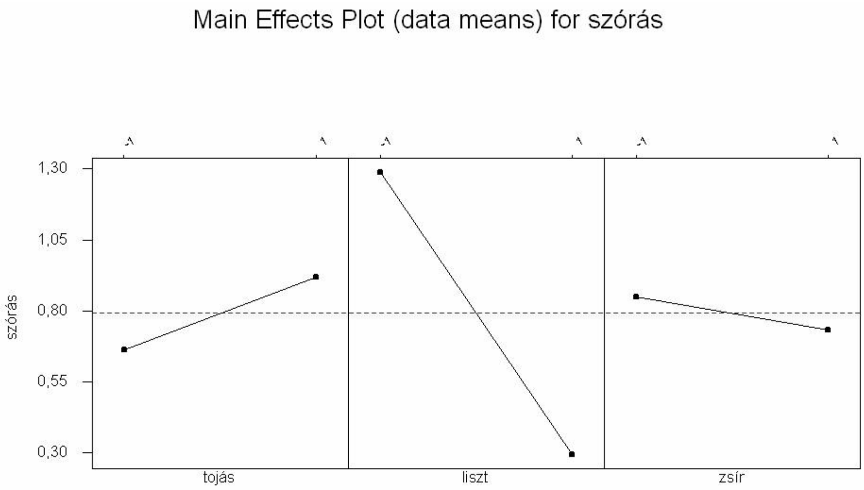
belső terv *eredmények*

Az eredményeket átlagra és szórásra dolgozzuk föl.



Kísérlettervezés

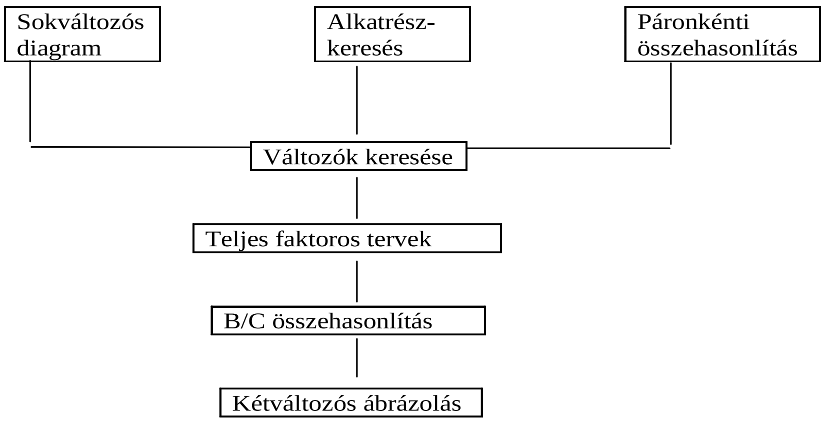
71 71



Kísérlettervezés

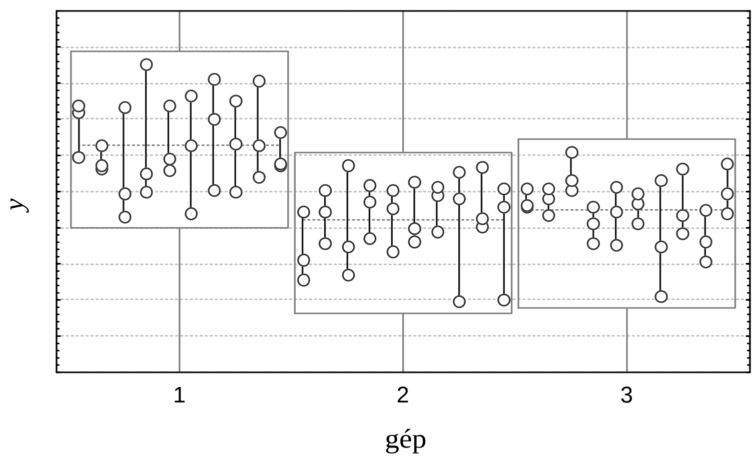
72 72

Minőségjavító kísérlettervezés: a Shainin-féle technika

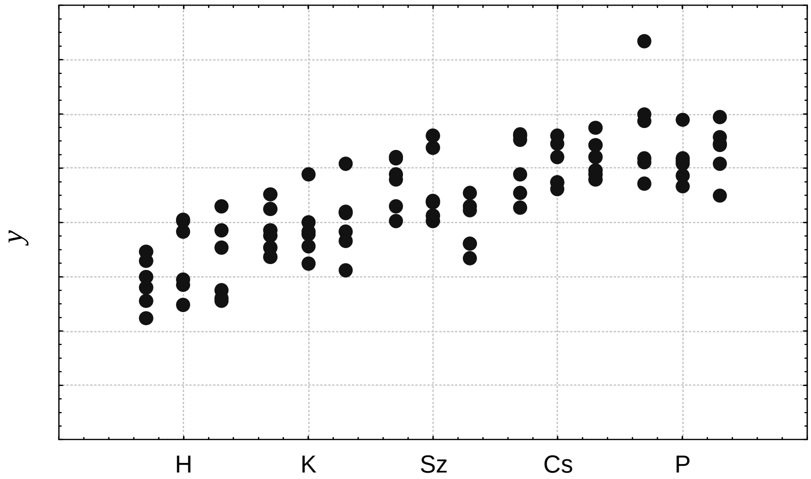


Sokváltozós diagram (Multi-vari charts)

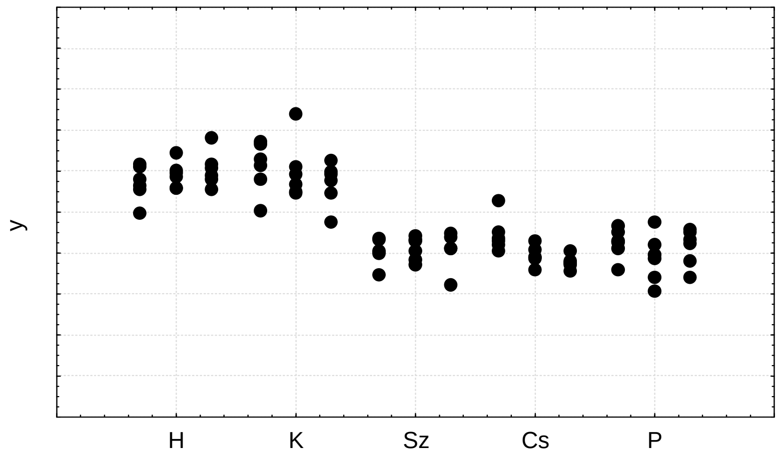
***a*) Hely szerinti változás**



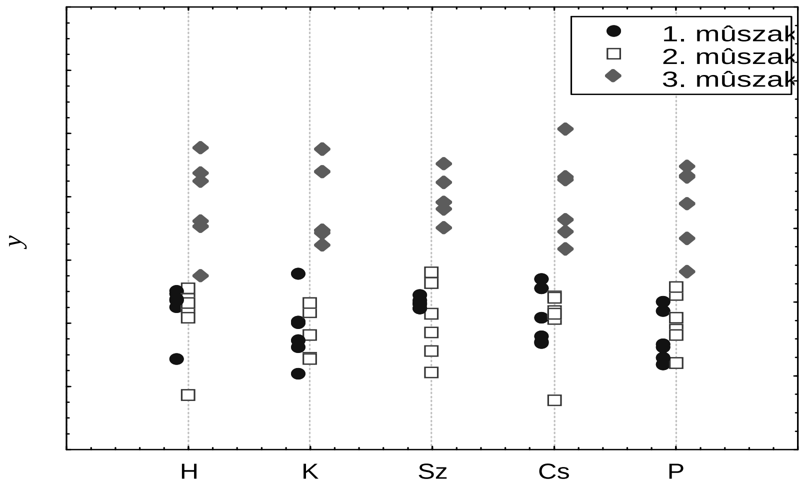
b) Idő szerinti változás: trend



c) Idő szerinti változás: ugrás



d) Ciklikus viselkedés



Alkatrész-keresés *(Component search)*

Ha vannak jó és rossz termék-példányok, a termék szétszedhető és újból összerakható, és az összerakott termék minősége mérhető és reprodukálható.
1. Kiválasztunk egy jó és egy rossz példányt.
2. Megmérjük mindkét példányon a minőségi jellemzőt.
3. Szétszedjük és változatlanul összeszereljük a jó és a rossz terméket, újra megmérjük a minőségi jellemzőt.
Az átlagos különbség a jó (J) és a rossz (R) termék között:

$$D = \left| \frac{J_1 + J_2}{2} - \frac{R_1 + R_2}{2} \right|$$

Az átlagos különbség a jó és a rossz termékeken belül:

$$d = \frac{|J_1 - J_2|}{2} + \frac{|R_1 - R_2|}{2}$$

Ha $D/d > 5$, jelentős és reprodukálható a jó és a rossz termék közötti különbség.

4. Mérnöki ítélőképességünk alapján megadjuk a részegységek valószínűsíthető fontossági sorrendjét (A, B, C, ...), elsőnek véve a feltételezett legfontosabbat.
5. A legfontosabbnak tartott részegységet fölcseréljük a jó és a rossz termékpéldány között.

   a) Ha nincs változás, vagyis a jó termék változatlanul jó, a rossz pedig rossz marad, a vizsgált részegység nem fontos a hiba szempontjából.

   b) Ha a csere valamelyes változást okoz a minőségben, a részegység a rózsaszín (pink) vagy halványrózsaszín (pale pink) csoportba tartozik.

   c) Ha a két termék-példány minőségi megítélése az ellenkezőjére változik, megtaláltuk a hiba okát - ez a piros X, nem is kell folytatnunk a keresést.

6. Visszacseréljük az A alkatrészt, és az 5. lépést végrehajtjuk a B, C, D stb. alkatrészekkel is. Ezzel kijelöljük a piros X (ha ilyen létezik), rózsaszínű X, és a halványrózsaszínű X csoportba tartozó alkatrészeket.
7. Ellenőrző kísérletet végzünk, amelyben a fontosnak talált alkatrészekből a jót építjük be az egyik, a rosszat a másik termék-példányba.
8. Kiértékeljük az egyes alkatrészek hatását és kölcsönhatását az 5. és 6. lépésben nyert adatokból.

Példa: Alkatrész-keresés

A cél: az ablaktörlő motor zajosságának csökkentése

H: hajtóműház
M: motorház
F: forgórész
K: fogaskerék

H: hajtóműház
M: motorház
F: forgórész
K: fogaskerék

H	M	F	K	eredmény
-	-	-	-	nem megf.
+	-	-	-	nem megf.
-	+	-	-	megfelelő
-	-	+	-	nem megf.
-	-	-	+	nem megf.
+	+	+	+	megfelelő
-	+	+	+	megfelelő
+	-	+	+	nem megf.
+	+	-	+	megfelelő
+	+	+	-	megfelelő