

3. feladatsor

7. (Entrópia-változás langyos víz készítésekor)

Számítsuk ki, mekkora az entrópia-változás, ha egy hőszigetelt edényben összekeverünk 1 kg 60 °C-os vizet 1 kg 20 °C-os vízzel. A víz fajhője 4,18 kJ/kgK, állandónak tekinthető.

Megoldás

$$T_1=293 \text{ K}, T_2 = 333 \text{ K}$$

A közös hőmérséklet összekeveredés után 40 °C (T = 313 K).

A 20 °C-os víz entrópia-növekedése:

$$\Delta S_1 = m \cdot c \cdot \ln \frac{T}{T_1} = 1 \text{ kg} \cdot 4,18 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln \frac{313}{293} = 0,276 \text{ J/K}$$

A 60 °C-os víz entrópia-csökkenése:

$$\Delta S_2 = m \cdot c \cdot \ln \frac{T}{T_2} = 1 \text{ kg} \cdot 4,18 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln \frac{313}{333} = -0,259 \text{ J/K}$$

A teljes entrópia-változás: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0,276 - 0,259 = \underline{0,017 \text{ J/K}}$.

Ugyanerre az eredményre jutunk, ha külön-külön kiszámítjuk a 20 °C-os, a 60 °C-os, és a 40 °C-os víz entrópiáját (a 0 °C-os víz fajlagos entrópiáját s_0 -val jelölve), és az előbbi kettő összegét kivonjuk az utóbbiból.

8. Egy kezdetben rögzített helyzetű dugattyúval kettéválasztott henger egyik felének a térfogata 20 dm³, amelyben 25 °C-os, 3 bar nyomású tökéletes gáz van. A henger másik felének térfogata 60 dm³, abban is 25 °C-os, de 1 bar nyomású tökéletes gáz van. A dugattyú jó hővezető, de az egész rendszert elszigeteljük a környezettől. A dugattyú rögzített helyzetét megszüntetjük, így a két rekeszben a nyomások kiegyenlítődnek. Mekkora ennek a folyamatnak az entrópia-változása?

Megoldás

Mindkét térrész nyomása 1,5 bar, térfogata 40 dm³ lesz a kiegyenlítődés után. (A hőmérsékletek nem változnak.) Először számítsuk ki, hány mól gáz van a két rekeszben.

$$n_1 = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,02 \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 298 \text{ K}} = 2,42 \text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{R \cdot T} = \frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,06 \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 298 \text{ K}} = 2,42 \text{ mol}$$

Az entrópiaváltozás: $\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_{\text{végső}}}{V_{\text{kezd}}}$

$$\Delta S_1 = 2,42 \cdot 8,314 \cdot \ln \frac{40}{20} = 13,95 \text{ JK}^{-1} \quad \Delta S_2 = 2,42 \cdot 8,314 \cdot \ln \frac{40}{60} = -8,16 \text{ JK}^{-1}$$

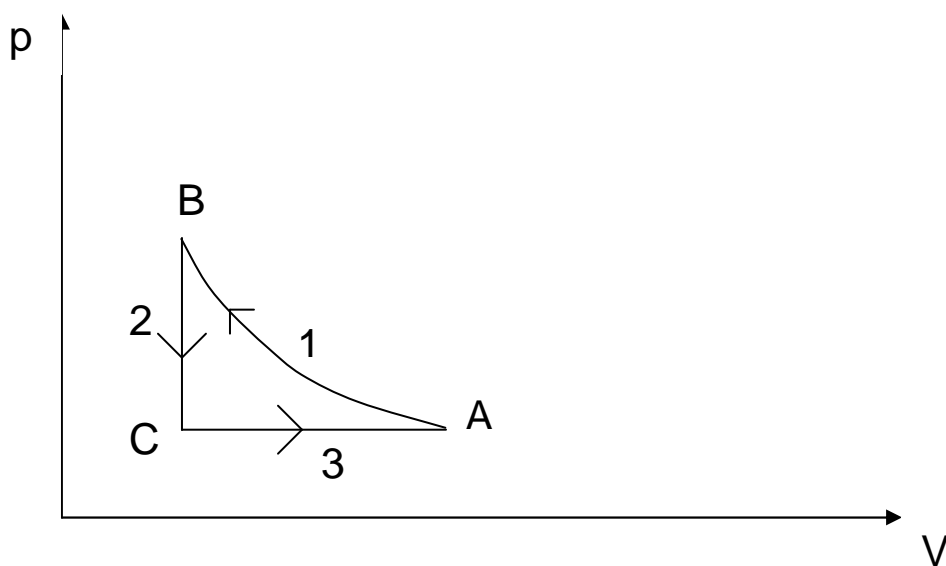
A teljes entrópiaváltozás: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 13,95 - 8,16 = \underline{5,79 \text{ JK}^{-1}}$.

A következő két feladatban ellenőrizzük, hogy az entrópia változása körfolyamatokban nulla, mint ahogy egy állapotfüggvény esetén az elvárható.

9. 2 mol 1 bar nyomású, 300 K hőmérsékletű héliumot (tökéletes gáz, $C_{mv} = 3/2 R$) először izoterm reverzibilis folyamatban térfogatának a harmadára komprimáljuk, ezután állandó térfogaton az eredeti nyomásig hűtjük, majd állandó nyomáson az eredeti hőmérsékletig melegítjük. Számítsuk ki az egyes lépésekben az entrópia-változást, majd összegezzük őket.

Megoldás

Célszerű a folyamatot p-V diagramon ábrázolni.



$$\Delta S_1 = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_B}{V_A} \quad \Delta S_2 = n \cdot C_{mv} \cdot \ln \frac{T_3}{T_2} \quad \Delta S_3 = n \cdot C_{mp} \cdot \ln \frac{T_1}{T_3}$$

$C_{mp} = C_{mv} + R = 5/2 R$. Szükség van még T_3 -ra. Az első lépésben Boyle-Mariotte törvénye szerint a nyomás háromszorosára nő (3 barra), így a második lépésben harmadára csökken. Gay-Lussac törvénye szerint a hőmérséklet is a harmadára csökken a második lépésben, azaz $T_3 = 100 K$.

$$\Delta S_1 = 2 \cdot 8,314 \cdot \ln \frac{1/3 \cdot V_A}{V_A} = -18,27 J / K$$

$$\Delta S_2 = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,314 \cdot \ln \frac{100 K}{300 K} = -27,40 J / K$$

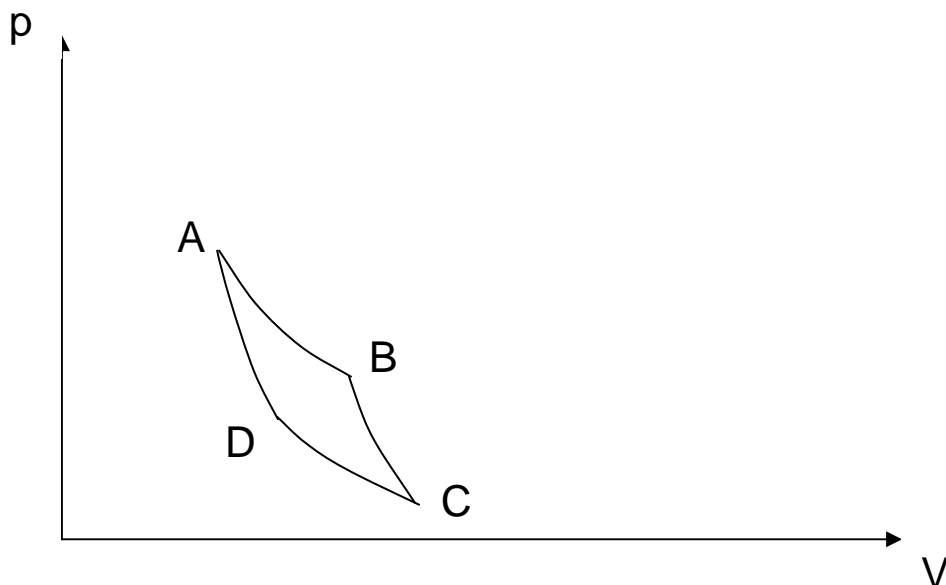
$$\Delta S_3 = 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,314 \cdot \ln \frac{300 K}{100 K} = 45,67 J / K$$

$$\underline{\Delta S} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = \underline{0 J/K}$$

10. Egy mol tökéletes gázzal Carnot-körfolyamatot hajtunk végre. (A Carnot-körfolyamat négy reverzibilis lépésből áll, ezek közül 2 izoterm, 2 adiabatikus.) A kiindulási állapotban a hőmérséklet 400 K és a nyomás 10 bar.

1. Izoterm folyamatban kiterjesztjük 5 bar nyomásra (A→B),
2. adiabatikus folyamatban 1 bar nyomásig terjesztjük ki (B→C),
3. izoterm folyamatban összenyomjuk 2 bar nyomásra (C→D),
4. adiabatikus folyamatban összenyomjuk 10 bar nyomásra (D→A)

(Bizonyítsuk be, hogy $p_A/p_D = p_B/p_C$.) Mekkora az entrópia-változás az egyes lépésekben?



Megoldás

Mivel a B-C és a D-A folyamat ugyanazon két hőmérséklet között lejátszódó adiabatikus folyamat, felírhatjuk, hogy

$$T_2 \cdot p_B^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_1 \cdot p_C^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \quad \text{és} \quad T_2 \cdot p_A^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_1 \cdot p_D^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}, \quad \text{ahol } T_2 = T_A = T_B \text{ és } T_1 = T_C = T_D.$$

Átrendezve a két egyenletet:

$$\left(\frac{p_B}{p_C}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{és} \quad \left(\frac{p_A}{p_D}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \text{tehát } p_A/p_D = p_B/p_C. \quad \text{Átrendezve: } p_A/p_B = p_D/p_C$$

Az adiabaták mentén az entrópia-változás 0: $\Delta S_2 = 0$, $\Delta S_4 = 0$. Az izoterm folyamatok entrópia-változása:

$$\Delta S_1 = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_B}{V_A} = n \cdot R \cdot \ln \frac{p_A}{p_B}$$

$$\Delta S_3 = n \cdot R \cdot \ln \frac{V_D}{V_C} = n \cdot R \cdot \ln \frac{p_C}{p_D} = -n \cdot R \cdot \ln \frac{p_D}{p_C} = -n \cdot R \cdot \ln \frac{p_A}{p_B}$$

A számadatokat behelyettesítve:

$$\Delta S_1 = 1 \cdot 8,314 \cdot \ln \frac{10}{5} = 5,76 \text{ J / K}, \quad \Delta S_3 = -5,76 \text{ J / K}$$

Tehát a teljes entrópia-változás nulla.

Grofcsik András